طرق تكرارية عالية الترتيب لجذور بسيطة و متعددة لمعادلات غير خطية

أعداد الطالب: محمد علي علي محنشي
الرقم الجامعي: ١٨٠١٢٩٢

مشرف رئيسي : الدكتور راماندیب بيهل روشان لال
مشرف مساعد : الدكتور فؤاد عثمان ملاوي

المستخلص

واحدة من أكثر المشاكل الأساسية والأقدام في التحليل العددي تتعلق بإيجاد الحل التقريبي بكفاءة و دقة عالية للمعادلة غير الخطية من الشكل:

$$f(x) = 0$$

حيث f *دالة تحليلية في المنطقة التي تحتوي* $x = \alpha$ حيث α هو الجذر المطلوب لمعادلة غير خطية. الطرق التحليلية للحصول على حلول دقيقة لمثل هذه المشاكل تكاد تكون معدومة . و لذلك يتعين على المرء إيجاد حلول تقريبية من خلال الاعتماد على الطرق العددية التي تستند إلى الأساليب التكرارية . يتوفر في النشر العلمي العديد من الطرق التكرارية لمعالجة النقطة الواحدة أو النقاط المتعددة كحلول لهذا النوع من المعادلات . فعليه ، فإن بناء طرق تكرارية لحل المعادلات غير الخطية مهمة مثيرة للاهتمام من الناحية العملية ، والتي جذبت انتباه العديد من الباحثين حول العالم . الهدف والدافع الرئيسي الملهم في إنشاء و تطوير أساليب تنافسية تحقيق أعلى كفاءة حسابية مع عدد ثابت من تقييمات للدالة في كل تكرار.

في هذه الأطروحة ، تم اقترح و تطوير عدة طرق جديدة لإيجاد تقريب لجذر بسيط أو جذر متكرر لمعادلة غير خطية . تم اقتراح طريقة تكرارية من الرتبة السادسة عشر بطريقة عامة لتقريب الجذر البسيط و تم تطوير طريقة تكرارية عالية الكفاءة من الرتبة الرابعة لتقريب جذر مكرر . علاوة على ذلك تم التحقق الكامل من الخصائص النظرية و الحسابية لأساليبنا المقترحة من خلال النظرية الرئيسية التي توضح رتبة التقارب و حد الخطأ التقريبي . و من حيث النتائج الحسابية التي أظهرت من خلال الأمثلة التفوق على النتائج من الدراسات السابقة .

Higher-order iterative methods for simple and multiple roots of nonlinear equations

By
MOHAMMED ALI A. MAHNASHI
ID:1801292

Supervised By
Dr. Ramandeep Behl
Dr. Fouad Othman Mallawi

Abstracts

One of the most basic and earliest problem of numerical analysis concerns with finding efficiency and accurately the approximate solution of the nonlinear equation of the form:

$$f(x) = 0,$$

where $f : D \subseteq \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ is an analytic function in the region including the required $\propto$ (where $\propto$ is a root of nonlinear equation).

Analytic methods for obtaining exact solutions of such problems are almost nonexistence. Therefore, one has to find the approximate solutions by relying on numerical methods which are based on iterative procedures. There are several one-point as well as multi-point iterative methods are available in the literature to solve these equations. Therefore, the construction of iterative methods for solving nonlinear equations is practically important and interesting task, which has attracted the attention of many researchers around the world.

Therefore, the main goal and motivation in the suggest and development of new equally competitive methods is to achieve highest computational efficiency with a fixed number of function evaluations per iteration. In our thesis, we have proposed and developed several new families of methods for obtaining simple and multiple roots of nonlinear equations.

Furthermore, we intend to suggest an iteration function of sixteenth-order in a general way methods for approximating simple zeros of nonlinear functions and to develop and analyze optimal fourth-order iterative methods for approximating multiple zeros of nonlinear functions. Further, we fully investigated the theoretical and computational properties of the proposed and developed schemes through the main theorem which demonstrates the convergence order and the term of asymptotic error. Computational consequences that the proposed and developed methods are superior than the earlier studies of sixteenth-order in terms of approximated simple roots and optimal fourth-order iterative methods for approximated multiple zeros , terms of asymptotic error, residual errors in the considered functions, variation in two consecutive iterations, etc.