طرق عددية لحل زوج من معادلات شرودنجر غير الخطية في بعد واحد، بعدين وثلاثة أبعاد

الطالب/سليمان حسن إبراهيم العسيري

المشرف/ أ.د. محمد سعيد حموده

المستخلص

الهدف الرئيسي لهذا البحث هو حل زوج من معادلات شرودنجر غير الخطية في بعد، بعدين ثم ثلاثة أبعاد حلا عدديا، وذلك باستخدام عدة طرق عددية مثل طريقة الفروق المحدودة (F-D)، طريقة فصل الزمن (T-S) ، طريقة الاتجاه المتناوب الضمني (ADI) ثم طريقة الاتجاه المتناوب الضمني الخطي (LADI). قسمت الدراسة في هذا البحث إلى خمسة فصول.

الفصل الأول: قمنا بعرض الصورة العامة لزوج من معادلات شرودنجر غير الخطية في بعد، بعدين ثم ثلاثة أبعاد. ثم تم عرض طريقة حل نظام كتلي ثلاثي الأقطار بالإضافة إلى عرض طريقتي نيوتن و النقطة الثابتة والتي سوف تفيدنا في حل نظم المعادلات غير الخطية الناتجة لنا.

الفصل الثاني: قمنا بحل معادلات شرودنجر غير الخطية في بعد واحد عدديا بطريقتي الفروق المحدودة و فصل الزمن. وفي نهاية هذا الفصل قمنا بإيراد بعض التجارب العددية على كلتا الطريقتين حيث قمنا بحساب الخطاء بين الحل الوارد من الطريقة العددية المستخدمة و الحل الدقيق، كما قمنا ايضا بحساب الطاقة و الكتلة و كمية التحرك فوجدنا أنها تحافظ على كميتها إلى حد كبير. عند تمثيل هذه القيم وجدنا أن الموجة تحافظ أثناء تحركها على سرعتها و ارتفاعها، وعند تمثيل موجتين مختلفتي السرعة من مكانين مختلفين وبنفس الاتجاه نلاحظ أن التصادم بينهما يكون مرنا أي أن شكل الموجة وسرعتها وخصائصها تبقى ثابتة حتى بعد التصادم.

الفصل الثالث: قمنا بحل معادلاة شرودنجر غير الخطية في بعدين عدديا. وقد قمنا في هذا الفصل بحل النظام بثلاث طرق مختلفة وهي طريقة الاتجاه المتناوب الضمني ، طريقة الاتجاه المتناوب الضمني الخطي ثم طريقة فصل الزمن. في كل طريقة تم استخدام اسلوب كرانك نكلسون وهو من الرتبة الثانية في كل من البعدين x و t. واسلوب دوقلس وهو اسلوب أكثر دقة حيث أنه من الرتبة الرابعة في البعد x و الرتبة الثانية في البعد t. وفي نهاية هذا الفصل قمنا بإيراد بعض التجارب العددية على الطرق الثلاث بجميع اساليبها حيث قمنا بحساب الخطاء بين الحل الوارد من الطريقة العددية المستخدمة و الحل الدقيق، كما قمنا ايضا بحساب الطاقة فوجدنا أنها تحافظ على كميتها إلى حد كبير. وعند تمثيل هذه القيم وجدنا أن الموجة تحافظ أثناء تحركها على سرعتها و ارتفاعها.

الفصل الرابع: في هذا الفصل قمنا بحل معادلات شرودنجر غير الخطية في ثلاثة أبعاد عدديا بطريقة الاتجاه المتناوب الضمني وطريقة تقسيم الوقت.

الفصل الخامس: في هذا الفصل قمنا بعمل مقارنات عددية بين الطرق المستخدمة في كل فصل من الفصول السابقة. وقد وجد بأن كل الطرق المستخدمة كانت فاعلة وقد أعطت حلولا عددية جيدة مقارنة بالحل الدقيق.

Numerical Methods for Coupled Nonlinear Schrödinger Equations in One, Two, and Three Dimensions

By
Suleman Hasan Alaseri

Supervised by
Prof. Mohammad Said Hammoudeh

ABSTRACT

The aim of this thesis is to solve numerically the coupled nonlinear Schrödinger equations (CNLSE) in one, two, and three dimensions. A new Alternating Direction Implicit (ADI) method, Linearized Alternating Direction Implicit (LADI) method, and time splitting method will be derived to do this job. The comparison between all these methods will be shown.

In chapter 1: We write the general forms of the coupled nonlinear Schrödinger equations in one, two, and three dimensions, then we start to present in detail how to solve a block tridiagonal system by Crout's method. Also, we present Newton's method and fixed point method as two ways for solving nonlinear systems we obtained.

In chapter 2: We study the coupled nonlinear Schrödinger equations in one dimension (1+1) using finite difference method and time splitting method. Each one of these methods will be done using Crank-Nicolson idea, which is second order in space and time, and Douglas idea, which is fourth order in space and second order in time. All of these schemes are unconditionally stable. Some examples will be given to show that all these methods are conserved the mass, momentum, and energy. The accuracy of all these methods are shown by comparison with the exact solution.

In chapter 3: We study the coupled nonlinear Schrödinger equations in two dimensions (2+1) using ADI method, linearized ADI method, and time splitting method. Each one of these methods will be done using Crank-Nicolson idea, which is second order in space and time, and Douglas idea, which is fourth order in space and second order in time. All of these schemes are unconditionally stable. Some examples will be given to show that all of these methods are conserved. The accuracy of all these methods are shown by comparison with the exact solution.

In chapter 4: We study the coupled nonlinear Schrödinger equations in three dimensions (3+1) using second order ADI method, and second order time splitting methods. All of these schemes are unconditionally stable. Some examples will be given to show that these methods are conserved. The accuracy of the ADI method will be shown by comparison with the exact solution.

In chapter 5: We illustrate the numerical solution obtained by using the derived methods for solving the coupled nonlinear Schrödinger equations in multiple dimensions and we compare between all these methods through presenting some tables.